

s := sec

EL_DYN I_06b_m

KPT9.mcd

Těleso tvaru válce o poloměru r a středu v bodě A se valí po podložce. V okamžiku, kdy se jeho střed A posune o hodnotu x_A , dosáhne tento bod rychlosti v_A a zrychlení a_A .

Určete:

- 1) Polohu bodu T v daném okamžiku - Okamžitá poloha bodu T je dána úhlem ϕ . Počáteční poloha dle obrázku v bodě T_0
- 2) Určete rychlost bodu T - v_T
- 3) Určete zrychlení bodu T - a_T (jeho tečnou složku a_{Tt} a normálovou složku a_{Tn}).

Dáno:

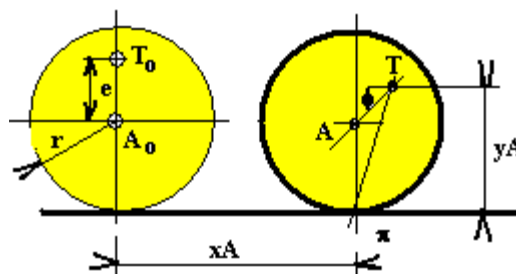
$$r := 250 \cdot \text{mm}$$

$$e := 200 \cdot \text{mm}$$

$$v_A := 1.2 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$a_A := 2.4 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$x_A := 0.25 \cdot \text{m}$$

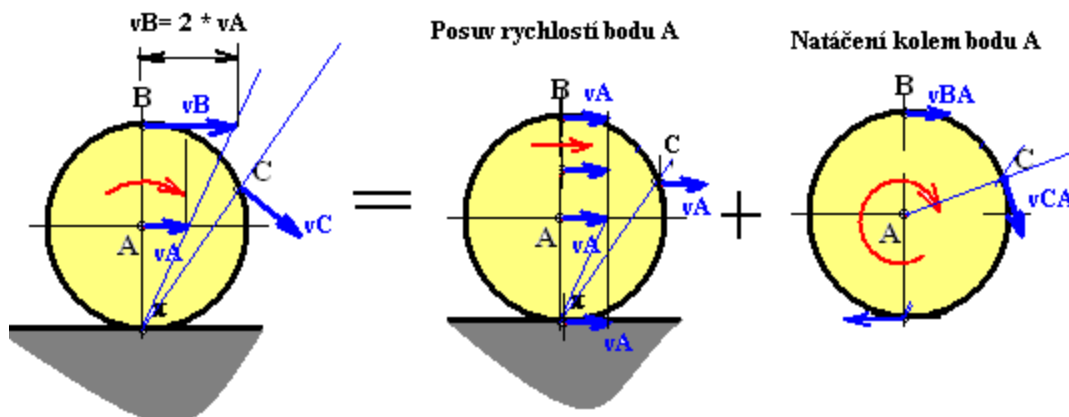


Analytické řešení

1) Výpočet rychlosti bodu T

z podmínky valení válce vyplývá, že: $x_A = r \cdot \phi$

Poloha bodu T je dána velikostí úhlu $\phi := \frac{x_A}{r}$ $\phi = 57.296 \text{ deg}$



v_A Rychlost posunu tělesa

v_{BA} Rychlost natáčení tělesa kolem bodu A

ω Okamžitá úhlová rychlost natáčení tělesa kolem bodu **A** (základní rozklad)

$$\vec{v}_B = 2 \cdot \vec{v}_A = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA} \quad \vec{v}_{BA} = v_A \quad \omega = \frac{v_A}{r}$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{v}_{CA} \quad \text{Tato vektorová rovnice platí obecně pro každý bod tělesa}$$

ω okamžitá úhlová rychlost natáčení tělesa kolem bodu **A** (základní rozklad: $\omega = \frac{v_A}{r}$)

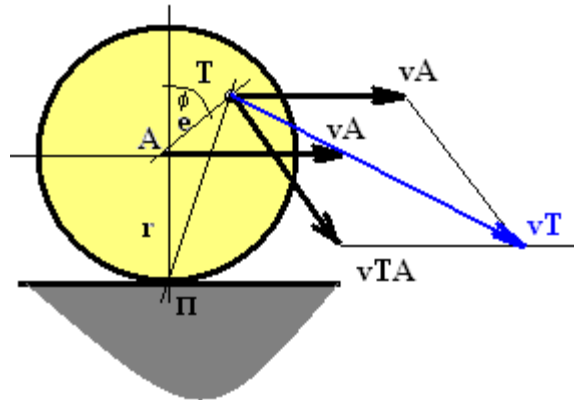
Řešení rychlosti bodu T základním rozkladem

$$\vec{v}_T = \vec{v}_A + \vec{v}_{TA}$$

$$\omega := \frac{v_A}{r} \quad \omega = 4.8 \text{ sec}^{-1}$$

$$v_{TA} := \omega \cdot e$$

$$v_A = 1.2 \text{ m sec}^{-1}$$



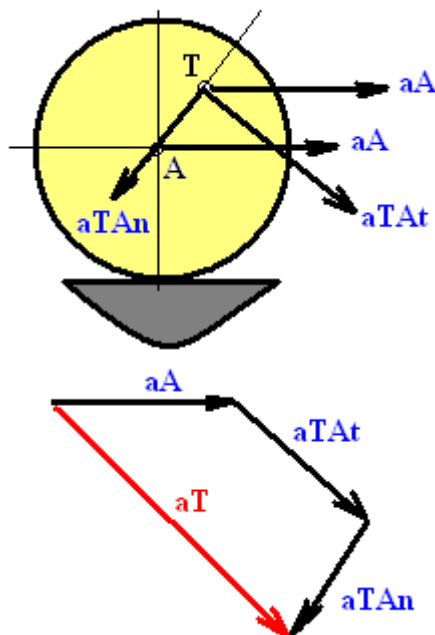
$$v_{Tx} := v_A + v_{TA} \cdot \cos(\phi) \quad v_{Tx} = 1.719 \text{ m sec}^{-1} \quad \text{Složka rychlosti bodu T ve směru osy X}$$

$$v_{Ty} := -v_{TA} \cdot \sin(\phi) \quad v_{Ty} = -0.808 \text{ m sec}^{-1} \quad \text{Složka rychlosti bodu T ve směru osy Y}$$

$$v_T := \sqrt{v_{Tx}^2 + v_{Ty}^2} \quad v_T = 1.899 \text{ m sec}^{-1} \quad \text{Celková rychlost bodu T}$$

Řešení zrychlení bodu T základním rozkladem

$$\vec{a}_T = \vec{a}_A + \vec{a}_{TA_t} + \vec{a}_{TA_n} \quad \alpha_A := \frac{a_A}{r} \quad \alpha_A = 9.6 \text{ sec}^{-2} \quad \text{Úhlové zrychlení natáčení kolem bodu A}$$



$$a_{TAt} := \alpha A \cdot e \quad \text{Tečná složka zrychlení rotačního pohybu kolem bodu A}$$

$$a_{TAt} = 1.92 \text{ m sec}^{-2}$$

$$a_{TAn} := \frac{v_{TA}^2}{e} \quad \text{Normálová složka zrychlení rotačního pohybu kolem bodu A}$$

$$a_{TAn} = 4.608 \text{ m sec}^{-2}$$

$$a_{Tx} := aA + a_{TAt} \cdot \cos(\phi) - a_{TAn} \cdot \sin(\phi)$$

$$a_{Tx} = -0.44 \text{ m sec}^{-2} \quad \text{Složka celkového zrychlení bodu T ve směru osy X}$$

$$a_{Ty} := -a_{TAt} \cdot \sin(\phi) - a_{TAn} \cdot \cos(\phi)$$

$$a_{Ty} = -4.105 \text{ m sec}^{-2} \quad \text{Složka celkového zrychlení bodu T ve směru osy Y}$$

$$a_T := \sqrt{a_{Tx}^2 + a_{Ty}^2}$$

$$a_T = 4.129 \text{ m sec}^{-2} \quad \text{Celkové zrychlení bodu T}$$

Určení rychlosti a zrychlení bodu T analyticky

$$x_T = x_A + e \cdot \sin(\phi)$$

Souřadnice bodu T

$$y_T = r + e \cdot \cos(\phi)$$

Platné závislosti

$$v_{Tx} = \frac{d}{dt} x_A$$

$$a_{Tx} = \frac{d}{dt} v_{Tx}$$

$$\omega = \frac{d}{dt} \phi$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$v_{Ty} = \frac{d}{dt} y_A$$

$$a_{Ty} = \frac{d}{dt} v_{Ty}$$

$$\alpha := \frac{a_A}{r}$$

Rychlost ve směru osy X

$$v_{Tx} = \frac{dx_T}{dt} = \frac{d}{dt} (x_A + e \cdot \sin(\phi)) = v_A + e \cdot \omega \cdot \cos(\phi)$$

$$v_{Tx} := v_A + e \cdot \omega \cdot \cos(\phi) \quad v_{Tx} = 1.719 \text{ m sec}^{-1}$$

Rychlost ve směru osy Y

$$v_{Ty} = \frac{dy_T}{dt} = \frac{d}{dt} (r + e \cdot \cos(\phi)) = -e \cdot \omega \cdot \sin(\phi)$$

$$v_{Ty} := -e \cdot \frac{v_A}{r} \cdot \sin(\phi) \quad v_{Ty} = -0.808 \text{ m sec}^{-1}$$

Rychlost celková

$$v_{Tc} := \sqrt{v_{Tx}^2 + v_{Ty}^2} \quad v_{Tc} = 1.899 \text{ m sec}^{-1}$$

Zrychlení

$$a_{Tx} = \frac{d}{dt}v_{Tx} = a_A + e \cdot \alpha \cdot \cos(\phi) - e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\phi)$$

$$a_{Tx} := a_A + e \cdot \alpha \cdot \cos(\phi) - e \cdot \omega^2 \cdot \sin(\phi) \quad a_{Tx} = -0.44 \text{ m sec}^{-2}$$

$$a_{Ty} = \frac{d}{dt}v_{Ty} = \frac{d}{dt} - e \cdot \omega \cdot \sin(\phi)$$

$$a_{Ty} := -e \cdot \alpha \cdot \sin(\phi) - e \cdot \omega^2 \cdot \cos(\phi) \quad a_{Ty} = -4.105 \text{ m sec}^{-2}$$

Celkové zrychlení bodu T

$$a_{Tc} := \sqrt{a_{Tx}^2 + a_{Ty}^2} \quad a_{Tc} = 4.129 \text{ m sec}^{-2}$$

Jak základním rozkladem, tak metodou analytickou byly získány stejné číselné výsledky

Řešení rychlostí pomocí polu pohybu π

